# ACADÉMIE DES SCIENCES.

## SÉANCE DU LUNDI 14 JANVIER 1918.

PRÉSIDENCE DE M. Paul PAINLEVÉ.

---

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

### DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le bureau le tome 163 (1916, 2e semestre) des *Comptes rendus*.

THERMODYNAMIQUE. — *Les covolumes considérés comme fonctions de la température dans l'équation d'état de Clausius*. Note de M. **E. Ariès**.

Nous avons proposé de considérer les covolumes $\alpha$ et $\beta$ de l'équation d'état de Clausius comme deux fonctions de la température, et de donner à la fonction $\varphi$ la forme $\frac{K}{T^n}$. Cette équation n'en conserve pas moins ses remarquables propriétés rappelées dans notre précédente Note (¹). On en tire pour l'énergie libre I

$$(1) \qquad -I = \int p\, dv = RT \log(v - \alpha) + \frac{K}{T^n(v + \beta)} - \Phi,$$

$\Phi$ étant une fonction de la température, introduite par l'intégration, et que la théorie des gaz parfaits permet de déterminer, comme nous l'avons déjà montré.

Les trois relations nécessaires à la détermination des éléments critiques s'obtiennent, comme on sait, en adjoignant à l'équation d'état les deux

---

(¹) *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 1088. Voir aussi, pour ce qui suit, t. 163, 1916, p. 737.

équations $\frac{\partial p}{\partial v} = 0$ et $\frac{\partial^2 p}{\partial v^2} = 0$, c'est-à-dire

$$\frac{RT}{(v-\alpha)^2} = \frac{2K}{T^n(v+\beta)^3}, \quad \frac{RT}{(v-\alpha)^3} = \frac{3K}{T^n(v+\beta)^4}, \tag{2}$$

qui donnent, en posant $\alpha + \beta = \gamma$, et en affectant de l'indice $c$ les valeurs prises au point critique par les quantités variables T, $v$, $\alpha$, $\beta$, $\gamma$,

$$v_c - \alpha_c = 2\gamma_c, \quad \text{ou} \quad v_c + \beta_c = 3\gamma_c, \tag{3}$$

$$\frac{RT_c^{n+1}}{K} = \frac{8}{27\gamma_c}. \tag{4}$$

Les valeurs (3) de $v_c - \alpha_c$ et de $v_c + \beta_c$ transportées dans l'équation d'état donnent, en tenant compte de (4), la troisième relation, extrêmement simple comme les deux précédentes, et nécessaire à la détermination des éléments critiques $T_c$, $v_c$, $P_c$,

$$P_c = \frac{RT_c}{8\gamma_c}. \tag{5}$$

En posant

$$x = \frac{27\gamma RT^{n+1}}{8K}, \quad y = \frac{v-\alpha}{\gamma} = \frac{v+\beta}{\gamma} - 1, \quad z = \frac{8\gamma p}{RT}, \tag{6}$$

l'équation d'état prend la forme réduite

$$z = \frac{8}{y} - \frac{27}{x(y+1)^2}. \tag{7}$$

Si l'on désigne par $x_c$, $y_c$, $z_c$ les valeurs que prennent les variables $x$, $y$, $z$ au point critique, on voit par les formules (3), (4) et (5) que

$$x_c = 1, \quad y_c = 2, \quad z_c = 1. \tag{8}$$

On peut alors remplacer les relations (6) par les suivantes, la dernière, eu égard à la première, pouvant être mise sous deux formes,

$$x = \frac{\gamma}{\gamma_c}\left(\frac{T}{T_c}\right)^{n+1}, \quad y = 2\,\frac{v-\alpha}{v_c-\alpha_c}\,\frac{\gamma_c}{\gamma}, \quad z = \frac{\gamma}{\gamma_c}\,\frac{T_c}{T}\,\frac{p}{P_c} = x\left(\frac{T_c}{T}\right)^{n+2}\left(\frac{p}{P_c}\right). \tag{9}$$

S'il s'agit d'un fluide saturé sous les tensions P et T, Z représentant ce que devient $z$, et $y_1$ ou $y_2$ ce que devient $y$ suivant que le fluide est à l'état de vapeur ou à l'état liquide, les trois variables Z, $y_1$ et $y_2$ sont des fonctions de $x$, dont on ne peut donner des expressions algébriques, ainsi que nous l'avons déjà fait observer, mais dont la Table de Clausius donne les valeurs

correspondant à chaque valeur de $x$ variant, par centième, de 0 à 1, c'est-à-dire du zéro absolu à la température critique.

$\Pi$ et $\tau$ désignant, avec les notations déjà convenues, la tension réduite de vaporisation et la température réduite qui y correspond, la première et la dernière des trois relations (9) prennent les formes

$$(10) \qquad x = \frac{\gamma}{\gamma_c}\tau^{n+1}, \qquad \Pi = \tau^{n+2}\frac{Z}{x}.$$

Le système de ces deux équations constitue la formule rationnelle qui donne la tension de vapeur saturée d'un liquide. Son application n'exige que la connaissance des tensions critiques $P_c$ et $T_c$ du corps, de l'exposant $n$ et de la fonction $\frac{\gamma}{\gamma_c}$, sans qu'il soit nécessaire de connaître ni K ni $\gamma_c$ ni les expressions des deux fonctions séparées $\alpha$ et $\beta$. Pour chaque température, la première de ces équations détermine $x$ et, par suite, Z à l'aide de la Table de Clausius. Ces valeurs de $x$ et de Z transportées dans la deuxième équation déterminent $\Pi$ et, par suite, la tension P de la vapeur saturée pour la température choisie.

Il serait utile d'ajouter à la Table de Clausius une nouvelle colonne donnant immédiatement la valeur de $\frac{Z}{x}$ correspondant à chaque valeur de $x$. Les calculs à faire à cet effet sont très peu laborieux, et consistent à diviser les cent valeurs de Z de la Table de Clausius par la valeur correspondante de $x$ qui ne comporte que deux chiffres. Cette colonne, que nous avons établie pour notre usage personnel, est surtout commode pour résoudre la question inverse qui se présente souvent, de trouver la valeur de $x$ correspondant à une valeur donnée de $\frac{Z}{x}$.

Quand on connaît l'exposant $n$, en même temps que les éléments critiques $P_c$ et $T_c$ pour un liquide ayant donné lieu à quelques observations sur la tension de sa vapeur à diverses températures, et tel est le cas, estimons-nous, en ce qui concerne les corps monoatomiques, pour les raisons données dans notre précédente Communication, la détermination de la formule exprimant, avec toute l'approximation désirable, la tension de la vapeur saturée de ce corps, se présente comme un problème d'une assez grande simplicité. La fonction $\frac{\gamma}{\gamma_c}$ est alors la seule inconnue du problème. Pour en trouver une expression convenable, on cherchera, à l'aide des formules (10), sa valeur pour chacune des températures $\tau$ ayant servi à l'observation de la tension $\Pi$ de la vapeur. A cet effet, on divisera la valeur

observée Π par $\tau^{n+2}$, ce qui donnera $\frac{Z}{x}$ et, par suite, $x$ au moyen de la nouvelle colonne ajoutée à la Table de Clausius. La valeur de $x$ ainsi obtenue étant divisée par $\tau^{n+1}$, on aura la valeur de $\frac{\gamma}{\gamma_c}$ correspondant à la valeur choisie de $\tau$. Il ne restera plus qu'à trouver une fonction de T, ou, ce qui revient au même, une fonction de $\tau$, dont on connaît la valeur pour différentes valeurs de la variable $\tau$.

Nous nous proposons d'appliquer cette méthode à la recherche de la formule donnant la tension de la vapeur saturée des corps monoatomiques, et ferons connaître les résultats de cette étude dans une prochaine Communication à l'Académie.

## ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection de trois membres du *Conseil de la Fondation Loutreuil :*

M. **C. Jordan**, pour la Division des Sciences mathématiques; M. **Le Chatelier**, pour la Division des Sciences physiques; le **Prince Bonaparte**, Académicien libre, réunissent l'unanimité des suffrages.

Pour répondre à une demande de M. le Ministre du Commerce, l'Académie procède, par la voie du scrutin, à la formation d'une liste de trois de ses Membres en vue de la désignation d'un Membre de la *Commission technique pour l'unification des cahiers des charges des produits métalliques.*

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 33, les noms qui réunissent la majorité absolue des suffrages sont ceux de

M. J. Carpentier, qui obtient . . . . . 32 suffrages
M. H. Le Chatelier, » . . . . . 29 »
M. A. Haller, » . . . . . 26 »

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre du Commerce comprendra : MM. **J. Carpentier**, **H. Le Chatelier** et **A. Haller.**

## CORRESPONDANCE.

M. W. G. **Farlow**, élu Correspondant pour la Section de Botanique, adresse des remercîments à l'Académie.

M. **Albert Colson** adresse un rapport sur les résultats qu'il a obtenus en 1917 grâce à la subvention qui lui a été accordée sur la *Fondation Loutreuil*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la correspondance :

1° Trois reproductions fac-similé, formant les volumes 2, 6 et 7 de la *Collection des documents publiés par ordre du Ministère de l'Instruction publique de la République portugaise*, par Joaquim Bensaude. (Présenté par M. G. Bigourdan.)

2° Charles Mathiot. *Une croisade*. (Présenté par M. A. Carnot.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'itération des fractions rationnelles.* Note (¹) de M. **Gaston Julia**.

Soit $z_1 = \varphi(z)$ une fraction rationnelle, d'ailleurs quelconque, de degré $k > 1$. Partant d'un point $z$ quelconque, on a une suite de conséquents $z_1, z_2, \ldots [z_i = \varphi(z_{i-1}) = \varphi_i(z)]$. On étudie ici *l'ensemble dérivé de l'ensemble des* $z_i$. Si $\zeta$ est un quelconque des points limites de l'ensemble des $z_i$, on cherche *comment* $\zeta$ *dépend de* $z$, et, pour préciser, *dans quel domaine peut varier* $z$ *pour que* $\zeta(z)$ *reste fonction analytique de* $z$, et quels sont les *points singuliers essentiels de cette fonction analytique*. Les pôles des $\varphi_i(z)$ ainsi que ceux de $\zeta(z)$ ne gênent pas, le point à l'$\infty$ du plan des $z$ étant assimilé à un point ordinaire de ce plan (plan complet ou sphère de Riemann).

(¹) Séance du 7 janvier 1918.

Le problème précédent est le problème fondamental de la théorie de l'itération. Il est susceptible d'une solution théorique complète basée sur les principes suivants :

I. *L'ensemble* E. — J'appelle ainsi l'ensemble dénombrable formé par les racines des équations $z = \varphi_n(z)$ pour lesquelles $|\varphi'_n(z)| > 1$ pour $n = 1, 2, \ldots, \infty$.

*a.* L'équation $z = \varphi(z)$ ayant *toujours* une racine $\zeta$ pour laquelle $|\varphi'(\zeta)| > 1$ [1], il y a toujours des points dans E. De plus, $\varphi_n(z)$ n'étant $\equiv z$ pour aucune valeur de $n$, E ne peut être que dénombrable. On peut alors supposer que l'$\infty$ n'est pas de E.

*b. Premier théorème fondamental.* — Entourons le point $\zeta$, précédent, d'un petit domaine D arbitrairement petit ; les itérés $D_i$ de D sont, à partir d'un certain rang, des surfaces de Riemann à plusieurs feuillets, et, comme *aucune suite infinie extraite de la suite des* $\varphi_i$ *n'est normale dans* D, au sens de M. Montel, il ne peut y avoir que deux points au plus qui soient extérieurs à tous les $D_i$, ou même qui soient extérieurs à *tous les* $D_{n_i}$ *d'une suite infinie quelconque extraite des* $D_i$. Il y en a effectivement deux qui sont 0 et $\infty$ si $\varphi(z) = z^{\pm k}$, un qui est $\infty$ si $\varphi(z) =$ polynome quelconque (ou s'y ramenant).

Dans les autres cas, pas de point exceptionnel, et, à partir d'un certain rang, tous les $D_i$ recouvrent tout le plan complet. Le théorème est vrai de tout point de E.

*c.* Tout point de E est donc point limite pour l'*ensemble des antécédents d'un point arbitraire du plan complet* (sauf, naturellement, les points exceptionnels); il est *limite pour l'ensemble de ses propres antécédents*. On en déduit aisément que tout point de E est *limite de points de* E *distincts du point considéré*, E compte donc une infinité de points. On peut parler de son dérivé E'. E' contient E. E' est parfait. Évidemment les points de E sont partout denses sur E'.

---

[1] Ainsi qu'il résulte de la relation $\sum_{1}^{k+1} \frac{1}{\varphi'(z_i) - 1} + 1 = 0$ étendue aux racines $z_i$, supposées distinctes, de l'équation $z = \varphi(z)$. On passe aisément de là au cas singulier où un $\varphi'(z_i)$ est $= 1$.

II. *L'ensemble* E'. — *a*. Les points de E' jouissent de la propriété caractéristique suivante :

*Deuxième théorème fondamental.* — La condition nécessaire et suffisante pour qu'un point P du plan complet jouisse de la propriété suivante : quelque petit que soit le domaine $\mathcal{D}$ entourant P, deux points ([1]) au plus du plan complet pourront rester extérieurs à tous ses itérés $\mathcal{D}_i$ (ou à une infinité quelconque de $\mathcal{D}_{n_i}$ extraits de $\mathcal{D}_i$), est que P soit un point de E'.

*b*. Tout point de E' est limite pour les antécédents d'un point arbitraire du plan (sauf les points exceptionnels). Tout antécédent et tout conséquent d'un point de E' est de E'. Les antécédents d'un point quelconque de E' sont partout denses sur E'. En un point de E' aucune suite infinie $\varphi_{n_1}$, $\varphi_{n_2}$, ... ne peut être normale.

*c*. E' a la même structure dans toutes ses parties, c'est-à-dire que, si, dans une aire $\Delta$ arbitrairement petite du plan, les points de E' forment un ensemble discontinu ou un continu linéaire, E' est partout discontinu ou partout continu linéaire (E' est alors bien enchaîné entre deux quelconques de ses points). Car E' tout entier peut être engendré par l'itération jusqu'à un certain ordre, fini, de la partie de E' contenue dans $\Delta$.

On a des exemples où E' est partout discontinu, et d'autres où c'est un continu linéaire. Mais à cause des rapprochements que j'exposerai prochainement entre la question présente et les groupes automorphes, il faut examiner si E' ne peut être superficiel. On voit aisément que E' ne peut contenir une aire quelconque à deux dimensions sans être identique au plan complet. Effectivement, on peut former des exemples où E' *est identique au plan complet*. Mais on peut, dans bien des cas, reconnaître l'impossibilité de cette éventualité, soit par les propriétés géométriques de E' dues aux propriétés particulières de $\varphi(z)$ (fractions à cercle fondamental), soit par l'existence de points $z = \varphi_p(z)$, où $|\varphi'_p(z)| < 1$.

III. *Les régions du plan que délimite* E'. — Si E' n'est pas le plan complet, dans tout domaine $\Delta$ ne contenant pas de point de E', la suite des $\varphi_i$ ([2]) est

---

([1]) Ces deux points exceptionnels sont les mêmes que ceux du premier théorème fondamental et se présentent dans les deux cas cités. Aucun de ces points ne peut appartenir à E'.

([2]) Si l'on a envoyé à l'infini un point de E', les $\varphi_i$ ont tous leurs pôles dans E'; elles sont holomorphes dans $\Delta$.

normale. Donc, si $\zeta$ est point limite de la suite $z_{n_1}, z_{n_2}, \ldots, z_{n_i}, \ldots$ [1], formée de conséquents d'un point $z$ de $\Delta$, on peut, de la suite des $n_i$, extraire une suite de $N_i$ tels que $\varphi_{N_1}, \varphi_{N_2}, \ldots, \varphi_{N_i}, \ldots$ converge uniformément, dans $\Delta$, vers une fonction analytique [2] qui prend en $z$ la valeur $\zeta$. *$\zeta$ est donc fonction analytique de $z$ dans toute région du plan dont aucun point intérieur n'est de* E′.

Considérons une telle région R, *d'un seul tenant, n'ayant pour points frontières que des points de* E′. Nous dirons que c'est une des régions du plan délimitées par E′. $\zeta(z)$ est analytique dans R, mais *tout point frontière* P *de* R *est point singulier essentiel de* $\zeta(z)$, car si $\zeta(z)$, limite de $\varphi_{N_1}, \varphi_{N_2}, \ldots, \varphi_{N_i}, \ldots$ était analytique dans toute une aire entourant P, la suite $\varphi_{N_1}, \varphi_{N_2}, \ldots, \varphi_{N_i}, \ldots$ serait normale au point P de E′, ce qui n'est pas possible. R est le domaine d'existence de la fonction $\zeta(z)$ définie à partir d'un point $z$ de R. Si E′ divise le plan en plusieurs régions, la partie de E′ qui sert de frontière à R est coupure essentielle de $\zeta(z)$. Ainsi se trouve théoriquement résolu le problème général posé au début : *domaine d'analyticité et points singuliers de toute fonction qui est limite pour une infinité de* $\varphi_{n_i}$.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les surfaces gauches circonscrites à une surface donnée le long d'une courbe donnée.* Note de M. **Maurice d'Ocagne.**

Le problème de la détermination des plans tangents en tous les points d'une génératrice G d'une surface réglée $\Sigma$ est résolu, comme on sait, quand on connaît les plans tangents en trois de ces points. Lors donc que la surface $\Sigma$ est définie par trois lignes ou surfaces directrices, avec chacune desquelles la génératrice G reste en contact, cette détermination n'offre aucune difficulté, puisque le plan tangent est connu en chacun des trois points appartenant aux directrices.

Mannheim a donné une forme commode à la solution du problème par l'introduction de ce qu'il a appelé le *point représentatif* de la distribution des plans tangents pour la génératrice G considérée. Ce point I se construit de la manière suivante : sur une perpendiculaire quelconque élevée à G, par le point central P situé sur cette génératrice, on porte le segment PI égal au paramètre de distribution $k$ correspondant. Le point I ainsi obtenu

---

[1] $\zeta$ est un quelconque des points limites de l'ensemble des $z_i$, conséquents de $z$.

[2] Qui peut être une constante, finie ou infinie : j'y reviendrai ultérieurement.

est tel que *l'angle que font entre eux les plans tangents aux points* M *et* $M_1$ *situés sur* G *est égal à l'angle* $MIM_1$.

Toutefois, cette construction, pour ne donner lieu à aucune ambiguïté, doit être complétée par une convention de signe qui peut se formuler ainsi : le paramètre de distribution $k$ étant affecté du signe + ou du signe — suivant que la distribution des plans tangents est directe ou rétrograde [1], le segment PI doit être porté, sur la perpendiculaire à G en P, dans un sens tel que le moment de la flèche marquant le sens positif sur G, pris par rapport à I, soit direct dans un cas, rétrograde dans l'autre.

Connaissant les plans tangents à Σ aux points M, $M_1$ et $M_2$, où G est en contact avec les trois directrices, et, par conséquent, les angles que ces plans font entre eux, on obtient immédiatement, par la rencontre de deux segments capables décrits (du côté voulu, eu égard à la règle ci-dessus relative au signe) sur $MM_1$ et $MM_2$, le point représentatif I qui détermine d'un seul coup les plans tangents en tous les autres points de G, sans compter le point central et le plan central qui correspondent à la perpendiculaire IP abaissée de I sur G.

Mais cette construction tombe en défaut lorsque la surface Σ est définie par une surface directrice S qu'elle doit toucher le long d'une courbe C et une autre directrice quelconque, ligne ou surface. Pour obtenir la génératrice G d'une telle surface, passant par le point M de C, il suffit de couper, par le plan tangent en M à S, le cône de sommet M circonscrit à l'autre directrice si c'est une surface, passant par cette directrice si c'est une ligne. Si $M_1$ est le point de G situé sur cette seconde directrice, on connaît les plans tangents à Σ en M et $M_1$, ce qui donne bien, pour la détermination de I, un premier segment capable décrit sur $MM_1$ ; mais c'est tout, et il faut chercher autre chose pour achever de déterminer le point I.

Tout d'abord, remarquons que ce mode de génération de Σ peut être regardé comme limite de celui où la génératrice G touche les surfaces S et $S_2$ en M et $M_2$, lorsque ces surfaces tendent à se confondre. Le segment capable, décrit sur $MM_2$ dans la construction primitive, tend alors à devenir le cercle tangent en M à G et qui passe par I.

---

(1) Rappelons que cette distribution est directe ou rétrograde suivant que, pour un observateur couché le long de G, le plan tangent tourne dans le sens direct ou dans le sens rétrograde lorsque le point M se déplace de bas en haut par rapport à cet observateur.

Tout revient à trouver le diamètre de ce cercle. Or, si nous représentons par $l$ la longueur $MM_2$, par $\theta$ l'angle des plans tangents en M et $M_2$, nous voyons que le diamètre du segment capable de cet angle, décrit sur $MM_2$, est égal à $\frac{l}{\sin\theta}$ dont, lorsque $MM_2$ tend vers zéro, la limite se confond avec celle de $\frac{dl}{d\theta}$.

Or, si $R_0$ et $R_1$ sont les *valeurs absolues* des rayons de courbure principaux de $\Sigma$ en M, on sait que (¹)

$$\frac{dl}{d\theta} = \sqrt{R_0 R_1}.$$

On est donc finalement amené à déterminer $R_0$ et $R_1$, ou, ce qui revient au même, l'indicatrice de $\Sigma$ en M. Puisque l'on connaît le rayon de courbure de la courbe C, qui est donnée, et par suite celui de la section normale de $\Sigma$ menée par MT, grâce au théorème de Meusnier, on a immédiatement un point de l'indicatrice cherchée sur MT. D'autre part, la génératrice G est asymptote de cette indicatrice en M. Il suffit, pour que l'indicatrice soit entièrement déterminée, d'en connaître la seconde asymptote. Or, si l'on considère la développable circonscrite à S (donc aussi à $\Sigma$) le long de C, sa génératrice MD, conjuguée de MT par rapport à l'indicatrice de S, qui est connue, peut être aisément construite, et, comme elle est également conjuguée de MT par rapport à l'indicatrice de $\Sigma$, la seconde asymptote de celle-ci est conjuguée harmonique de G par rapport aux droites MD et MT, et le problème est entièrement résolu.

(¹) Conséquence immédiate de la formule qui fait connaître l'angle des normales à la surface en M et à l'extrémité de l'arc infiniment petit $ds$ incliné de $\varphi$ sur la première direction principale en M, formule qui s'écrit

$$\frac{d\theta}{ds} = \sqrt{\frac{\cos^2\varphi}{R_0^2} + \frac{\sin^2\varphi}{R_1^2}}.$$

Lorsque la direction de $ds$ est celle d'une asymptote de l'indicatrice, on a

$$\tan\mathrm{g}^2\varphi = \frac{R_1}{R_0}$$

et la formule se transforme en celle ci-dessus lorsqu'on y remplace $ds$ par $dl$ compté le long de G.

HISTOIRE DES SCIENCES. — *Sur l'origine et le sens du mot « abaque ».* Note de M. **Rodolphe Soreau**, présentée par M. Ch. Lallemand.

I. Au moyen âge, on croyait le mot *abacus* d'origine arabe. On admet aujourd'hui qu'il vient du grec ἄϐαξ, dont le sens propre serait *tablette*, et plus spécialement tablette à l'usage du calcul.

Mais quelle est l'origine du mot ἄϐαξ ? S'applique-t-il, dans son essence, à la tablette, au procédé d'inscription, ou à la nature de l'inscription ? Je me propose d'examiner ces trois suggestions, dont la dernière est nouvelle. Cette discussion n'est pas sans quelque intérêt pour la contribution qu'elle peut apporter à l'histoire des origines de l'Arithmétique.

1° *ἄϐαξ s'applique-t-il à la tablette ?* Telle est la croyance ordinaire, fondée sur ce que toutes ses acceptions impliquent une surface dressée. Mais cette coïncidence ne constitue qu'une forte présomption : il se pourrait que ce nom eût été créé en raison d'un mode ou d'un genre particulier d'inscriptions se faisant sur des tablettes, puis étendu aux tablettes elles-mêmes. Pour en décider, il faut trouver l'étymologie du mot grec.

L'helléniste Alexandre indique comme racines possibles, mais douteuses : ἀ privatif et βάσις, base ; l'ἄϐαξ serait donc une table privée de ses pieds, c'est-à-dire réduite à sa partie dressée. Diverses objections se présentent, entre autres celles-ci : ces racines n'évoquent dans ἄϐαξ l'idée de table que par un tour elliptique assez osé, qui détourne quelque peu le mot βάσις de sa signification courante ; l'explication est à contre-sens de l'acception *dressoir*, ce qui n'eût pas manqué de choquer la subtilité des Grecs ; elle ne rend pas compte de la nécessité pour eux de posséder un mot nouveau, alors qu'ils ne manquaient point de locutions pour désigner les tables ou tablettes, suivant leur destination.

2° *ἄϐαξ s'applique-t-il au procédé d'inscription ?* On n'a pas été sans remarquer sa ressemblance avec le mot sémitique *abaq* qui signifie *sable* (1). Si telle était son origine, on serait fondé à penser que les Grecs auraient reçu des Hébreux l'usage de calculer sur des tables couvertes de sable fin, comme firent les arénaires romains et les maîtres du moyen âge ; cette transmission du mot et du procédé ne se serait point opérée sans s'étendre plus ou moins aux méthodes de calcul.

3° *ἄϐαξ s'applique-t-il à la nature de l'inscription ?* Puisque les Grecs

(1) Daremberg et Saglio, *Dictionnaire des Antiquités grecques et romaines.*

possédaient des locutions pour les acceptions usuelles du mot tablette, la création d'un terme nouveau ne paraît pouvoir s'expliquer qu'au bénéfice d'une acception nouvelle, qui, dès lors, a vraisemblablement concouru de façon directe à la formation dudit terme.

Guidé par cette considération, c'est dans l'emploi originel qu'on faisait de l'ἄϐαξ, à savoir la numération écrite, que j'ai cherché ses racines. J'ai trouvé ainsi qu'il signifie littéralement *valeur de* α′, ϐ′, etc. (α′, ϐ′, ..., ἀξία). Sa formation est donc analogue à celle d'ἀλφάϐητος, *alphabet*. Il est bien naturel que les Grecs, figurant les nombres par leurs propres lettres, aient formé le mot alphabet-lettres et le mot alphabet-nombres de la même manière; la seule différence morphologique, et d'ailleurs rationnelle, est que le premier résulte de l'épellation des deux premières lettres, tandis que le second résulte de la syllabe αϐ, composée avec les deux premiers chiffres, suivie de la syllabe αξ pour préciser qu'il s'agit des valeurs numériques α′, ϐ′. Cette étymologie est si topique qu'elle paraîtra sans doute la plus acceptable.

Il en résulte qu'à l'origine l'ἄϐαξ était un simple tableau alphabétique des nombres. Pour sa compréhension, les 27 caractères en usage étaient probablement classés en trois colonnes de neuf lignes (ou inversement), colonnes qui correspondaient aux unités, aux dizaines et aux centaines. Cette disposition rend bien compte de l'acception *damier* donnée au mot ἄϐαξ, acception subsidiaire plus difficilement explicable avec les tableaux à jetons à l'usage du calcul que les Grecs imaginèrent plus tard, et avec l'*Abacus* à boules des Romains. On n'y découvre pas la valeur de position par progression décuple à l'aide de neuf caractères, convention qui caractérise la numération arabe et qui, du xe au xiiie siècle, a fait de l'*Abacus* de Gerbert, Radulphe de Laon et Léonard de Pise un véritable système, *ars Abaci*, synonyme de l'Arithmétique.

Faut-il en conclure que les Grecs ont ignoré ce système? Chasles n'est pas éloigné de penser qu'il était connu de l'école pythagoricienne, ce qu'il n'a point établi de façon irréfutable dans sa controverse fameuse avec Libri.

II. De nos jours, le mot abaque a pris une signification particulière. Adopté par Lalanne, conservé par M. Lallemand pour ses abaques hexagonaux, il a été étendu par M. d'Ocagne [1] à toutes les tables graphiques

[1] D'Ocagne, *Nomographie. Les calculs usuels effectués au moyen des abaques.* 1891.

à systèmes figuratifs cotés. En choisissant ce nom, Lalanne ne fit que reprendre l'ancienne tradition rattachant les abaques à l'art du calcul. Cette restauration est des plus heureuses et des plus justes.

En 1900, M. Schilling, professeur à l'Université de Göttingen, proposa de substituer au mot abaque, ainsi défini, celui de *nomogramme*. Le prétexte invoqué est que ἄβαξ signifierait *damier*, et que, si le canevas des abaques cartésiens vulgaires présente une telle disposition, il n'en est plus de même des abaques hexagonaux de M. Lallemand et des abaques à points alignés de M. d'Ocagne. Or l'acception damier, qui n'entre pour rien dans aucune des étymologies envisagées, est tout à fait subsidiaire. Le désir de créer un mot nouveau a mis en défaut l'érudition de M. le professeur Schilling.

Le seul motif d'accueillir le mot *nomogramme* serait d'établir un lien de terminologie avec le mot *Nomographie*, proposé par M. d'Ocagne et accepté aujourd'hui. Est-il suffisant pour abandonner, au profit d'un néologisme lourd, ce mot abaque qui, par un passé deux fois millénaire, est si intimement attaché aux origines et au développement de l'art du calcul, et qui, dans son acception nouvelle, se trouve déjà consacré par de remarquables travaux?

ASTRONOMIE. — *Sur la détermination de la latitude de l'Observatoire de Marseille par des observations faites à l'astrolabe à prisme.* Note de MM. **Lubrano** et **Maitre**, présentée par M. B. Baillaud.

Dans le courant des années 1913 et 1914 nous avons fait, à l'Observatoire de Marseille, une longue suite d'observations avec l'astrolabe à prisme de MM. Claude et Driencourt, pour la détermination de la latitude.

La réduction des séries n'est pas complètement achevée; mais, comme nous possédons déjà les résultats d'un grand nombre de soirées, nous avons pensé qu'il serait bon de les publier sans différer plus longtemps.

L'instrument dont nous nous sommes servis est du modèle moyen: grossissement, 75; précision moyenne : latitude, $0'',4$; temps, $0^s,06$. Il était placé sur un pilier en fonte, au centre d'une petite coupole située à $17^m$ plus au Nord que le cercle méridien.

Les observations duraient environ 1 heure. On observait avec l'œil et l'oreille.

Afin d'éviter le calcul des positions apparentes au jour, nous n'avons pris

que des fondamentales tirées des éphémérides : *Connaissance des Temps*, *Nautical Almanac*, *American Ephemeris*. Leur nombre n'a jamais dépassé vingt-six et, finalement, nous ne conservons que les résultats des soirées d'au moins douze étoiles.

Sur le conseil de M. Bourget qui a lui-même réduit plusieurs séries, nous avons adopté la méthode de Cauchy pour la résolution du système d'équations fourni par chaque soirée.

Dans le Tableau suivant, toutes les soirées ont été groupées généralement par cinq, jamais distantes de plus d'un mois.

La première colonne donne les dates extrêmes, la deuxième le nombre de soirées, la troisième le nombre total d'étoiles observées, la quatrième la latitude moyenne déduite.

| Dates. 1913-1914. | Soirées. | Étoiles. | $\mathfrak{L}$. |
|---|---|---|---|
| | | | ° ′ ″ |
| Juin 12-18 (1913) | 5 | 87 | 43.18.18,00 |
| Juin 19-26 | 5 | 75 | 17,24 |
| Juin 30-juillet 5 | 5 | 79 | 16,42 |
| Juillet 8-22 | 5 | 88 | 16,31 |
| Juillet 23-31 | 5 | 114 | 17,09 |
| Août 8-22 | 4 | 70 | 17,05 |
| Octobre 17-novembre 7 | 5 | 73 | 17,01 |
| Novembre 8-24 | 5 | 89 | 17,37 |
| Novembre 25-décembre 1er | 5 | 89 | 17,09 |
| Décembre 5-15 | 5 | 88 | 15,88 |
| Décembre 16-janvier 10 (1914) | 5 | 86 | 16,61 |
| Février 5-21 | 5 | 82 | 16,91 |
| Février 23-mars 21 | 5 | 84 | 17,02 |
| Mars 27-avril 1er | 5 | 85 | 16,49 |
| Avril 10-25 | 3 | 49 | 17,30 |

La moyenne de toutes les déterminations est de

$$43^\circ 18' 16'', 90.$$

Si on la ramène à la latitude du cercle méridien on obtient

$$43^\circ 18' 16'', 35.$$

Cette valeur est, pour ainsi dire, identique à celle qui résulte de l'ensemble des observations du nadir faites au cercle méridien même et qui est de

$$43^\circ 18' 16'', 34.$$

Un accord pareil est certainement fortuit. Néanmoins, il montre d'une manière incontestable la confiance que l'on peut avoir dans les observations faites à l'astrolabe à prisme.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la cause des anomalies présentées par la dissociation du bromhydrate d'amylène, et sur ses conséquences* (¹). Note de M. **Alb. Colson.**

Avec Wurtz on a souvent rapproché la dissociation du perchlorure de phosphore de celle du bromhydrate d'amylène. Dans les deux cas les composants s'unissent volume à volume avec la même contraction, et quand on part du bromhydrate de triméthyléthylène chaque composé régénère identiquement ses constituants au-dessus de 160°. Mais ce bromhydrate, qui bout à 107°, ne manifeste son état d'équilibre qu'à la suite d'un chauffage prolongé; d'autre part, quoique le seul carbure issu de son dédoublement soit le triméthyléthylène, sa dissociation échappe à la loi de masse; car $p$ et $p_1$ étant les pressions partielles respectives du carbure et du gaz bromhydrique et $q$ celle du bromhydrate, la réaction isothermique

$$C^5H^{10} + HBr = C^5H^{11}Br$$

conduit à la condition de masse

$$\frac{pp_1}{q} = K \text{ (constante)}.$$

Or, d'après les expériences faites par M. Lemoine à 184° (²), et que j'ai vérifiées, la proportion de bromhydrate décomposé s'élève à 28 pour 100 sous la pression atmosphérique $760^{mm}$, à 54 pour 100 sous la pression $76^{mm}$, 10 fois plus faible au bout de 3 heures de chauffage.

Ces proportions donnent pour K des valeurs 64,6 et 29,56 fort différentes.

Après avoir constaté que l'écart entre ces nombres ne provient pas de l'attaque des récipients par le gaz HBr, comme on l'avait prétendu, j'ai cherché la cause de cette anomalie dans l'altération inaperçue de l'un des corps dissociés.

---

(¹) Ce travail a été effectué grâce à une subvention sur la fondation Loutreuil.

(²) *Comptes rendus*, t. 112, 1891, p. 855.

Le triméthyléthylène au contact de HBr peut fournir deux bromhydrates d'amylène

$$\begin{matrix} CH^3-C-CH^3 \\ \| \\ CH^3-C-H \end{matrix} + HBr = \begin{matrix} Br \\ | \\ CH^3-C-CH^3 \\ | \\ CH^3-C-H \\ | \\ H \end{matrix} \quad \text{ou} \quad \begin{matrix} H \\ | \\ CH^3-C-CH^3 \\ | \\ CH^3-C-H \\ | \\ Br \end{matrix}$$

C'est le premier qui bout à 107°. Je me suis demandé si sa vapeur, dissociée à 184°, ne donnerait pas à la longue une certaine quantité du second isomère bouillant à 124°; de sorte que quatre corps au lieu de trois seraient en présence, et que la formule de K deviendrait caduque.

Cette supposition trouve un appui dans les récentes expériences que j'ai faites avec l'aide de M^lle^ Bouet.

Un ballon de 250$^{cm^3}$, surmonté d'un réfrigérant et renfermant 50$^g$ du liquide bouillant à 107°, a été maintenu pendant 15 heures dans un bain chauffé à 164° de façon à renouveler la vapeur par reflux du liquide dans le ballon. Dans ces conditions le point d'ébullition du bromhydrate s'est élevé d'au moins 1°, différence qu'accentue fortement la distillation sous pression réduite.

Cette altération paraît faible en regard de la durée de l'expérience; mais cette faiblesse s'explique par ce que le reflux du liquide dans le ballon provoque le départ des vapeurs avant que leur transformation n'ait eu le temps de s'accomplir.

La formation d'un bromhydrate moins volatil est encore confirmée par l'étude des vitesses de saponification par l'eau du bromhydrate d'amylène avant et après le chauffage. Ces vitesses diffèrent, en effet, avec les isomères.

Des solutions renfermant 1$^{cm^3}$ de bromhydrate dans 50$^{cm^3}$ d'éther ordinaire saturé d'eau ont été placées simultanément dans une enceinte à la température de 18° à 20°, et le titrage de l'acide bromhydrique saponifié par l'eau a été effectué à l'aide d'une solution de potasse décinormale. Avant et après le chauffage, les vitesses de saponification, variables avec les isomères, ne sont plus les mêmes sur les échantillons vaporisés et changent peu sur les corps maintenus à l'état liquide. Voici les résultats obtenus.

A étant la solution initiale, B la solution chauffée à 160°, C le liquide maintenu 3 heures en vase clos à 184°, on trouve les résultats suivants :

| | | Durée (en heures). | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 76. | 124. | 168. | 288. | 355. |
| | | cm³ | cm³ | cm³ | cm³ | cm³ |
| Acidité. | A..... | 3,4 | 7,5 | 10,5 | 16,3 | 18,5 |
| | B..... | 0,7 | 3,4 | 5,9 | 11,6 | 14,2 |
| | C..... | 3,2 | 7,4 | 10,4 | 16,3 | 18,6 |

L'altération du liquide vaporisé B est manifeste et paraît bien être la cause d'une anomalie jusqu'ici inexpliquée. Elle montre le caractère physique de la loi de masse, qui est la condition à laquelle sont assujetties les pressions nécessaires au maintien d'un équilibre entre des masses variables *de corps dont la nature ne change pas* puisqu'elle est déterminée par une réaction réciproque

$$A + mB \rightleftharpoons nC,$$

par exemple.

Dans le cas du bromhydrate d'amylène, c'est le changement de nature du corps composé C qui empêche l'application de la loi de masse; dans d'autres actions réversibles, le même effet peut se produire par le changement de nature d'un composant.

Cette cause de perturbation paraît surtout fréquente dans les équilibres en dissolution, où les corps sont si souvent et si diversement dissociés. Elle marque l'importance des résultats obtenus par M. Boutaric dans ses recherches spectrophotométriques ([1]), où la vitesse de réaction n'est plus proportionnelle à la masse du corps dissous en décomposition, alors que la proportionnalité est de règle quand le solvant est sans action sur le corps dissous, ainsi qu'il arrive dans l'expérience de Wilhelmy concernant l'interversion du sucre de canne et considérée comme base indiscutable de la cinétique chimique.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Anomalie d'élasticité des aciers au carbone corrélative de la transformation réversible de la cémentite.* Note de M. **P. Chevenard**, présentée par M. H. Le Chatelier.

En se basant sur les propriétés des ferro-nickels anomaux, on pouvait entrevoir, par analogie, l'existence, dans les aciers au carbone, d'une

([1]) *Comptes rendus*, t. 160, 1915, p. 711.

anomalie d'élasticité corrélative de la transformation magnétique ([1]) et de l'anomalie de dilatation de la cémentite ([2]). Pour vérifier cette prévision, j'ai entrepris, aux Aciéries d'Imphy, l'étude de la variation thermique du module de torsion $\mu$ d'une série d'aciers très purs, renfermant jusqu'à 1,5 pour 100 de carbone.

Le dispositif expérimental consiste en un pendule de torsion, dont le fil de suspension, d'un diamètre de $0^{mm},23$, est constitué par l'acier étudié; ce fil peut être maintenu à une température donnée, parfaitement uniforme, à l'aide d'un four électrique à résistance. On mesure, pour chaque température, la durée d'un certain nombre de périodes d'oscillation; et l'observation des élongations successives permet le calcul du décrément. La valeur adoptée pour le décrément est ramenée à l'amplitude initiale qui est uniformément $\pm 0,25$ degré par centimètre de fil.

Les fils des différents aciers ont été préparés et recuits d'après une technique rigoureusement uniforme; cette condition est indispensable pour obtenir des résultats comparables; en effet ces résultats dépendent, au plus haut degré, de l'histoire thermique et mécanique des échantillons. En particulier, si l'on recherche l'influence du recuit sur la valeur du module à température ordinaire, d'un fil préalablement écroui, on observe que cette valeur croît avec la température du recuit, jusqu'à devenir stationnaire quand celle-ci atteint 700° : aussi tous les fils étudiés ont-ils subi, après tréfilage, ce recuit à 700°. C'est en raison de cette particularité que les courbes du décrément présentent, dans mes expériences, une allure totalement différente de celle révélée par les recherches de M. Félix Robin ([3]) et de M. Ch.-Eug. Guye ([4]), et que j'ai retrouvée sensiblement reproduite dans l'étude d'échantillons trempés ou écrouis, et recuits à des températures trop peu élevées.

Pour tous les aciers, le décrément est très faible quand la température de l'essai est inférieure à 300°; la courbe torsion-couple se réduit alors, presque rigoureusement, à une droite, et la variation apparente du module a pour valeur le rapport inverse du carré des périodes à 0° et 15°. Mais, au delà de 300°, le décrément atteint une valeur considérable, qui demeure finie, quand la fréquence et l'amplitude diminuent; en d'autres termes,

([1]) Wologdine, *Comptes rendus*, t. 148, 1909, p. 776, et K. Honda et H. Tagaki, *Journ. Iron and Steel Instit.*, 1915.

([2]) P. Chevenard, *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 1005.

([3]) F. Robin, *Journal de Physique*, 5e série, t. 2, p. 307.

([4]) Ch.-Eug. Guye, *Ibid.*, p. 63.

même pour des cycles très petits et parcourus très lentement, la courbe torsion-couple présente une hystérésis notable et le module prend toutes les valeurs comprises entre deux limites, d'autant plus écartées, que la température est plus élevée. Aussi, dans le graphique 1, les courbes en traits

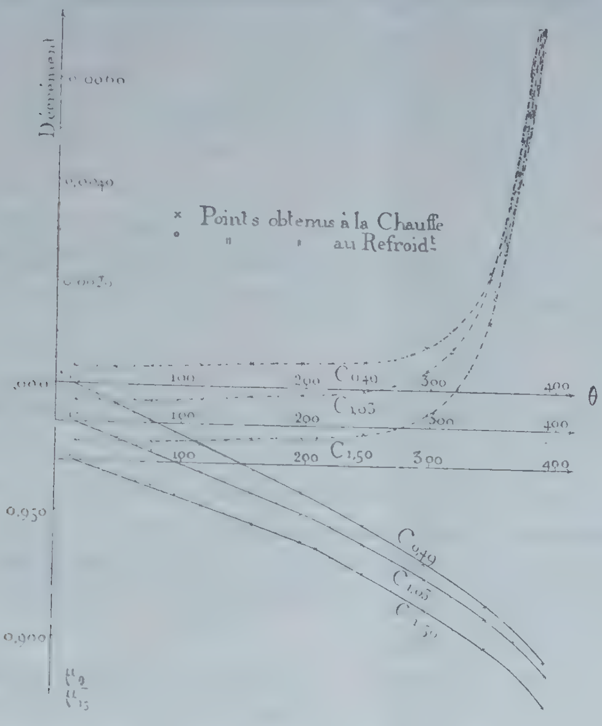



Fig. 1. — Décréments et modules de torsion. (Les nombres marqués sur l'axe des ordonnées se rapportent à la courbe relative à l'échantillon de la plus basse teneur en carbone; les autres courbes sont décalées pour éviter leur superposition.)

continus qui expriment, en fonction de la température, la variation du rapport inverse du carré des durées ne représentent-elles la variation apparente du module que jusque vers 300°; au delà, elles s'infléchissent vers le bas, en même temps que les courbes des décréments (traits et points) deviennent rapidement ascendantes.

Les courbes relatives au module accusent, vers 210°, point de Curie de la cémentite, un coude d'autant plus apparent que la teneur en carbone est plus forte; elles mettent ainsi en relief l'anomalie prévue. La forme de la cémentite stable à chaud est plus dense et plus rigide que la forme stable à froid.

Une étude très minutieuse de la courbe des décréments laisse entrevoir, à la température de transformation de la cémentite, une incurvation à

peine perceptible, et qui aurait sûrement échappé à l'examen, s'il n'avait été guidé par une idée préconçue. Cette irrégularité de la courbe est trop faible, et le décrément dans cette région reste trop petit, pour que le calcul du module en soit affecté.

En ce qui concerne ce dernier, et sous la condition d'une préparation

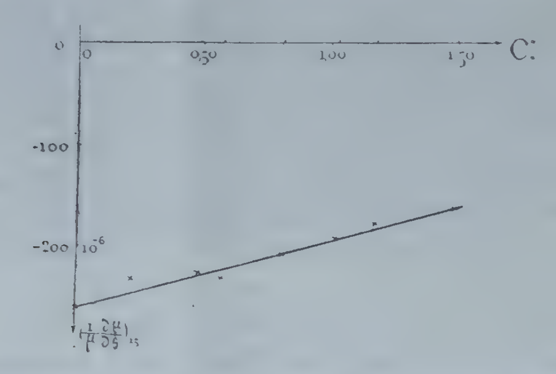



Fig. 2. — Variations thermiques des modules de torsion de divers aciers en fonction de leur teneur en carbone.

identique des échantillons, les courbes, presque rectilignes, de variation du module des différents aciers, deviennent, au delà de 210°, sensiblement parallèles, et leur prolongement vers les basses températures marque, par l'angle formé avec celles qui ont été déduites de l'expérience, l'intensité de l'anomalie élastique de la cémentite.

Les valeurs de cette anomalie, pour des aciers de teneurs variées en carbone, ont été à leur tour portées, dans la figure 2, en ordonnées, le carbone étant représenté par les abscisses ; le seul aspect du diagramme conduit à formuler cette proposition vraie au moins en première approximation : *L'anomalie élastique des aciers, due à la transformation de la cémentite, est proportionnelle à leur teneur en carbone.*

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de l'acide bromhydrique sur la cinchonine et sur ses isomères : la cinchoniline, la cinchonigine et l'apocinchonine.* Note de M. E. **Léger**, présentée par M. Ch. Moureu.

En faisant agir HBr sur la cinchonine, Zd.-H. Skraup obtint le corps $C^{19}H^{23}BrN^2O, 2HBr$ (¹). Il m'a paru intéressant de rechercher comment se comporterait HBr vis-à-vis des isomères de la cinchonine. Se formerait-il

(¹) *Ann. der Chem.*, t. 201, p. 291.

un seul et même composé ou obtiendrait-on des produits d'addition différents?

En 1900, Skraup, H. Copony et G. Médanich [1] firent agir au bain-marie HBr sur la cinchonigine (β-isocinchonine) et obtinrent le bibromhydrate d'une base hydrobromée fusible à 174°. L'hydrobromocinchonine, selon ces auteurs, fondrait à 175°; ils conclurent à l'identité des deux bases hydrobromées.

Cependant, en 1901, F. Langer [2] constate que l'hydrobromocinchonine fond à 182°, ce qui est en contradiction avec les données de Skraup et de ses collaborateurs.

En 1904, Skraup et R. Zweiger [3], ayant fait agir HBr sur la cinchoniline (α-isocinchonine) obtinrent une base hydrobromée fusible à 187°-188°, nombre qui, disent-ils, diffère à peine de celui qui exprime le point de fusion de l'hydrobromocinchonine. Pour tirer une telle conclusion, il est clair que Skraup et Zweiger font état du point de fusion 182° trouvé par Langer pour ce dernier composé. Il n'en reste pas moins que l'hydrobromocinchonigine, qui fondrait à 174°, selon Skraup et ses collaborateurs, doit être un composé différent des deux autres bases hydrobromées dérivées de la cinchonine et de la cinchoniline.

On voit donc qu'une certaine confusion règne encore sur ces questions, c'est ce qui m'a engagé à en reprendre l'étude; dans celle-ci, j'ai utilisé surtout, comme caractère distinctif, les pouvoirs rotatoires des bibromhydrates des bases hydrobromées.

A l'exemple de von Cordier et von Löwenhaupt [4], j'ai préparé les bibromhydrates des bases hydrobromées en chauffant au bain-marie le bibromhydrate de la cinchonine ou de ses isomères avec HBr (densité 1,49). La réaction avec la cinchonigine est beaucoup plus lente qu'avec les autres bases.

Les bibromhydrates ont été purifiés par des cristallisations systématiques dans l'alcool à 50°. Il est facile d'y doser les 2HBr qui servent à salifier les hydrobromobases en opérant, au sein de l'alcool, un titrage acidimétrique en présence de phénol-phtaléine [5].

---

(1) *Monat. f. Chem.*, t. **21**, p. 512.
(2) *Ibid.*, t. **22**, p. 151.
(3) *Ibid.*, t. **25**, p. 894.
(4) *Ibid.*, t. **19**, p. 46.
(5) Les analyses et les détails de préparation seront publiés dans un autre Recueil.

Les quatre bibromhydrates étudiés se ressemblent complètement; ce sont de petits prismes incolores, anhydres, peu solubles dans l'eau, surtout en présence de H Br. Les pouvoirs rotatoires dans l'eau, à la dilution de 2 pour 100 environ, ont donné :

| | |
|---|---|
| Bibromhydrate d'hydrobromocinchonine........... | $\alpha_D = +149°,1$ |
| » d'hydrobromocinchoniline........... | $\alpha_D = +148°$ |
| » d'hydrobromocinchonigine.......... | $\alpha_D = +148°,5$ |
| » d'hydrobromoapocinchonine......... | $\alpha_D = +145°$ |

Les eaux mères de la cristallisation dans l'alcool à 50° du bibromhydrate d'hydrobromocinchonine fournissent un sel dont $\alpha_D = 141°,5$, c'est-à-dire peu inférieur à celui donné par le sel provenant de la première cristallisation. Par contre, dans les eaux mères hydroalcooliques des deux derniers sels, on rencontre un bibromhydrate avec $\alpha_D = +127°,3$ dans le premier cas et $+128°,6$ dans le second, identique par conséquent dans les deux cas.

L'hydrobromocinchonine peut se combiner avec 2HI, 2HCl ou $2NO^3H$ pour donner des sels cristallisés en prismes courts, peu solubles dans un excès de ces divers acides. Le biiodhydrate est jaunâtre, les deux autres sels sont incolores.

L'acide HBr ne se borne pas à se fixer sur la cinchonine ou sur ses isomères, il exerce une autre action dont l'effet est la production de bases isomères de la cinchonine. Quand on prolonge la durée de l'action, c'est le phénomène d'addition qui prédomine. En limitant à 2 ou 3 heures la durée de cette action, la production des isomères, sans être jamais considérable, est augmentée.

Cordier et Löwenhaupt (*loc. cit.*) ont retiré des eaux mères bromhydriques provenant de l'action de HBr sur la cinchonine : 1° la δ-cinchonine, 2° la cinchoniline, 3° l'hydrocinchonine, base qui, certainement, préexistait dans la cinchonine employée. D'autre part, Langer (*loc. cit.*) n'a pu constater la présence de la δ-cinchonine, mais a trouvé la cinchonigine et la cinchoniline ainsi qu'une base fusible à 253°; ces contradictions nécessitaient donc de nouvelles études.

J'ai pu retirer de ces eaux mères et caractériser nettement : 1° la cinchonigine, 2° la δ-cinchonine, 3° l'apocinchonine, 4° la cinchoniline en faible quantité, 5° une base amorphe ainsi que ses sels, base isomère de la cinchonine, à laquelle j'ai donné le nom de *cinchonirétine*.

Les eaux mères de la préparation des autres bibromhydrates renfermaient les mêmes bases; seules les proportions variaient.

Avec la cinchonigine et l'apocinchonine je n'ai pu trouver la cinchoniline dans les eaux mères des bibromhydrates de leurs dérivés hydrobromés. Jamais je n'ai pu caractériser l'hydrocinchonine ou une base fusible à 253°.

En résumé, HBr en agissant sur la cinchonine et sur ses isomères produit deux phénomènes : 1° il y a addition de HBr; mais, si les quatre bases examinées donnent le même composé, avec la cinchonigine et l'apocinchonine (allocinchonine), il y a production simultanée d'une base hydrobromée différente de l'hydrobromocinchonine, base que je propose de nommer *hydrobromoapocinchonine*; 2° HBr produit des phénomènes d'isomérisation.

PARASITOLOGIE. — *Sur un nouveau* Cyrnea *de la Perdrix*. Note (¹) de M. C. **Rodrigues Lopez-Neyra**, présentée par M. Edmond Perrier.

En 1914, Seurat a établi le genre *Cyrnea* pour un parasite trouvé dans le ventricule succenturié de la Perdrix rouge de Corse (²). Cet intéressant type de Spiroptère, vivant dans des galeries creusées dans la tunique moyenne du gésier des Oiseaux, entre l'assise musculaire et le revêtement corné, est caractérisé par le déplacement de la vulve vers la région postérieure du corps.

Au cours de nos recherches helminthologiques dans le midi de l'Espagne, nous avons trouvé de nombreux exemplaires mâles et femelles d'un *Cyrnea*, dans le gésier de la Perdrix rouge, qui ne nous semble pas avoir été signalé et que nous allons décrire sous le nom de *Cyrnea Seuratii*, en l'honneur de M. Seurat (d'Alger), éminent spécialiste de Nématodes.

*Cyrnea Seuratii* n. sp. Corps robuste, blanc et translucide, laissant apparaître par transparence la coloration sanguinolente de l'intestin; cuticule épaisse finement striée transversalement. Cellules musculaires longues, étroites, donnant l'apparence d'une striation longitudinale. Bouche limitée par deux fortes lèvres latérales, à bord externe arrondi, présentant sur leur face interne des épaississements dentiformes; une lèvre dorsale et une lèvre ventrale, à bord libre fortement échancré. Pas d'ailes latérales.

---

(¹) Séance du 17 décembre 1917.

(²) L.-G. Seurat, *Sur un nouveau parasite de la Perdrix rouge* (*Comptes rendus de la Soc. de Biol.*, t. 66, 1914, p. 290-393).

*Mâle* (*fig.* 1). — La longueur du mâle varie de $8^{mm}$ à $13^{mm},6$. Épaisseur

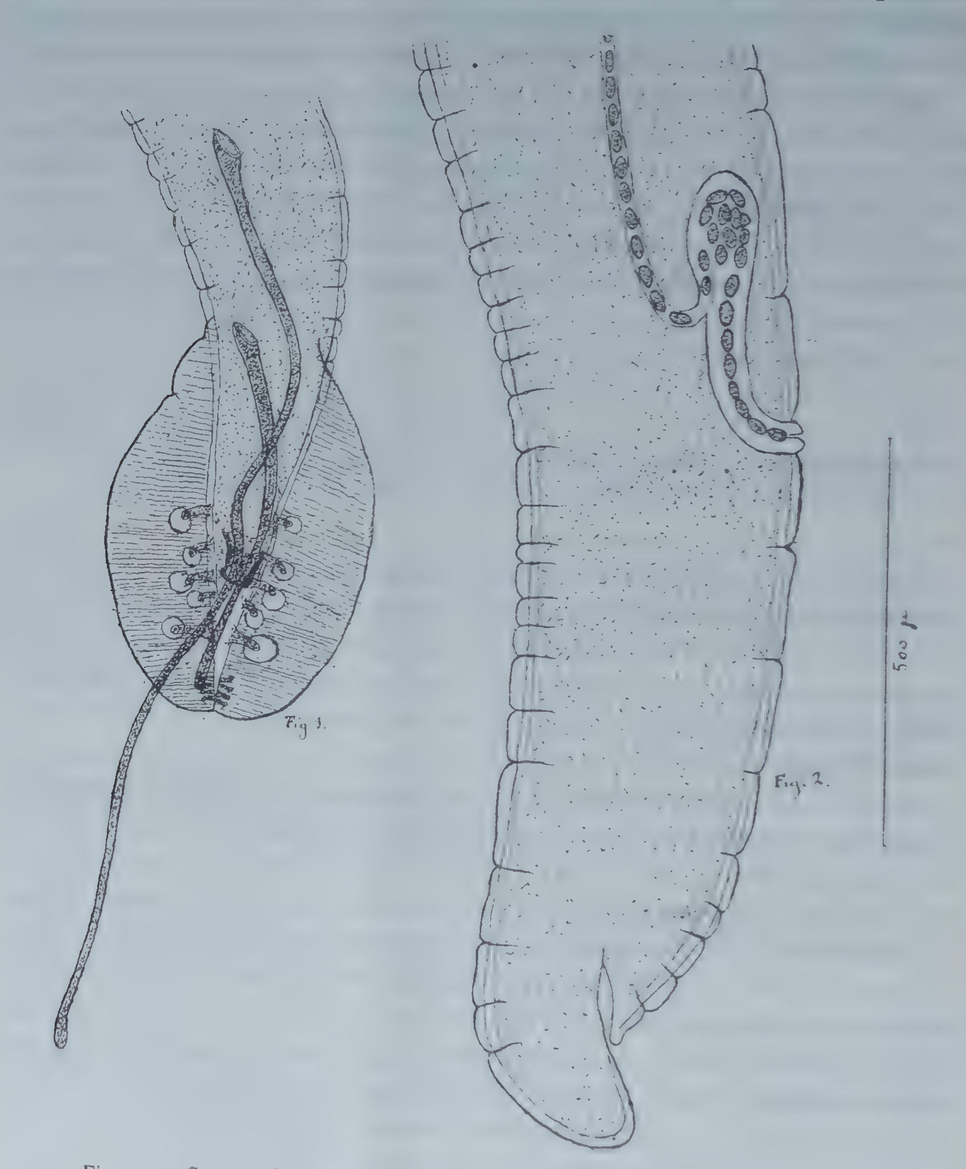



Fig. 1. — *Cyrnea Seuratii* Rodrigues. Extrémité postérieure du corps du mâle, montrant la bursa.

Fig. 2. — Extrémité du corps de la femelle (vue latéralement). Le vestibule avec des œufs. (Le grossissement est indiqué par l'échelle $500^{\mu}$.)

maxima de $300^{\mu}$ à $360^{\mu}$. Cavité buccale de $50^{\mu}$ à $60^{\mu}$; l'œsophage musculaire, entouré vers son milieu par l'anneau nerveux, mesure $280^{\mu}$ à $390^{\mu}$;

la longueur totale de l'œsophage de $2^{mm}$ à $3^{mm},2$ est le quart de celle du corps. Pore excréteur ventral, situé de $270^{\mu}$ à $320^{\mu}$ de l'extrémité céphalique, au niveau des papilles, très en arrière, par conséquent, de l'anneau nerveux.

Queue non enroulée; bursa étalée, à ailes fortement striées transversalement; sa longueur ($410^{\mu}$ à $550^{\mu}$) est de beaucoup supérieure à l'envergure des deux ailes ($275^{\mu}$ à $390^{\mu}$). Neuf paires de papilles longuement pédonculées, dont trois préanales; les cinq paires de papilles antérieures sont entourées d'une zone cuticulaire non striée, dont la cinquième est la plus longuement pédonculée; des six paires de papilles postanales, quatre sont groupées vers l'extrémité caudale. Pas de papilles, en avant du cloaque.

Le spicule gauche, de $1250^{\mu}$ à $1390^{\mu}$, est seulement trois fois plus grand que le spicule droit ($450^{\mu}$ à $500^{\mu}$). Gorgeret de $65^{\mu}$ à $70^{\mu}$, à bords externes épaissis.

*Femelle* (*fig.* 2). — La longueur totale oscille entre $13^{mm}$ et $17^{mm}$; épaisseur au niveau de la vulve de $320^{\mu}$ à $420^{\mu}$. Queue courte régulièrement atténuée, arrondie à son extrémité, mesurant de $140^{\mu}$ à $180^{\mu}$.

Vulve non saillante, située de $700^{\mu}$ à $950^{\mu}$ en avant de l'anus; ovéjecteur du type de celui du *Spirocerca sanguinolenta* Rud. de l'*Habronena muscæ* Dierling et du *Physocephalus sexalatus* Molin. Le vestibule petit, piriforme, à col court, remonte vers l'avant et mesure de $300^{\mu}$ à $420^{\mu}$ de longueur; il renferme un très petit nombre d'œufs larvés (15 à 20) : le sphincter tubuliforme est accolé intimement au vestibule dans sa région initiale; il se jette obliquement dans le vestibule et renferme une série linéaire d'œufs. Œufs à coque épaisse, mesurant $45^{\mu}$-$48^{\mu}$ de longueur sur $25^{\mu}$-$26^{\mu}$ de diamètre transversal.

*Habitat.* — Galerie établie sous la tunique cornée du gésier de la Perdrix rouge (*Caccabis rufa* L.); Granada (Espagne); janvier et février 1917; très fréquente (19 fois sur 50 exemplaires observés).

*Affinités.* — L'espèce que nous venons de décrire présente bien des affinités avec le *Cyrnea eurycerca* Seurat; il en diffère, par sa taille supérieure, par la longueur relative, plus faible de l'œsophage, par la conformation de la bursa, la longueur relative des spicules et par la longueur et la conformation du vestibule et des œufs.

| | *Cyrnea eurycerca* Seurat. | | *Cyrnea Seuratii* Rodrigues. | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | ♂. | ♀. | ♂. | ♂. | ♀. | ♀. |
| Longueur totale | 7600 μ | » | 8000 μ | 13600 μ | 13600 μ | 16940 μ |
| Épaisseur maxima | 250 | » | 320 | 360 | 375 | 415 |
| Épaisseur au niveau de la vulve | » | 335 | » | » | 340 | 490 |
| Distance de l'extrémité céphalique du pore excréteur | 280 | » | 275 | 320 | » | » |
| Distance de l'anus à la vulve | » | 720 | » | » | 700 | 950 |
| Cavité buccale | 55 | » | 55 | 58 | 50 | 57 |
| Œsophage musculaire | 285 | » | 280 | 390 | 270 | 315 |
| Œsophage entier | 2500 | » | 2000 | 3130 | 2400 | 2920 |
| Rapport de la longueur totale à celle de l'œsophage | 3 | » | 4 | 4 | 5 | 5 |
| Gorgeret | 70 | » | 65 | 68 | » | » |
| Spicule droit | 380 | » | 450 | 500 | » | » |
| Spicule gauche | 1680 | » | 1250 | 1390 | » | » |
| Rapport de la longueur du spicule gauche à celle du droit | 44 | » | 3 | 2 | » | » |
| Bursa; longueur | 290 | » | 450 | 550 | » | » |
| Bursa; largeur | 250 | » | 250 | 390 | » | » |
| Longueur du vestibule | » | 1050 | » | » | 325 | 420 |
| Œufs | » | 42 × 18 | » | » | 45 × 25 | 48 × 26 |
| Queue | » | 285 | » | » | 240 | 180 |

ZOOLOGIE. — *Contribution à l'étude de la larve de l'*Hippospongia equina *des côtes de Tunisie.* Note (1) de MM. C. **Vaney** et **A. Allemand-Martin**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Malgré l'importance de la pêche des éponges en Tunisie, dont la production annuelle est évaluée à plus de deux millions de francs, nos connaissances sur la reproduction des espèces commerciales ordinaires sont encore bien sommaires. Les données fournies par l'un de nous (2) sur la biologie et la période d'émission de la forme larvaire de l'*Hippospongia equina* var. *elastica* Lendenfeld ont permis au Service des Pêches de fixer, sur des bases scientifiques, les limites de la période d'interdiction de la pêche des éponges sur les côtes de la Régence (3). Nous venons de reprendre l'étude

(1) Séance du 7 janvier 1918.

(2) A. Allemand-Martin, *Étude de physiologie appliquée à la spongiculture sur les côtes de Tunisie*. Tunis, 1906.

(3) De Fages et Ponzevera, *Les pêches en Tunisie*, 2e édition, Tunis, 1908.

plus complète de cette larve appartenant à l'espèce commerciale la plus commune des côtes de Tunisie.

Les larves de cette *Hippospongia* sortent des oscules de l'éponge mère de fin mars à la troisième semaine de juin et ont leur maximum d'émission, en général, vers la deuxième quinzaine du mois de mai de chaque année. Les faibles différences constatées dans l'époque de cette émission sont en relation avec des variations climatériques. Ces larves ont un corps ovoïde, blanc jaunâtre, ayant $0^{mm},60$ à $0^{mm},65$ de longueur et $0^{mm},42$ à $0^{mm},48$ de plus grande largeur. Elles se déplacent suivant leur grand axe, la petite extrémité étant dirigée en avant. La région postérieure élargie est encerclée par un anneau pigmenté noirâtre bien marqué. Des taches pigmentaires se trouvent parfois dans la partie antérieure et sur le pourtour du corps, mais elles n'ont pas la constance de l'anneau postérieur, qui existe chez tous les exemplaires recueillis. La larve est entièrement recouverte de cils courts, sauf dans l'aire limitée par l'anneau pigmenté postérieur, où se trouvent de nombreux flagelles ou cils très longs atteignant parfois le tiers de la longueur du corps; ceux-ci sont animés de mouvement ondulatoire et servent d'organes de propulsion.

La larve d'*Hippospongia equina* fuit la lumière solaire trop vive et vient se localiser dans les endroits à l'ombre, ne recevant qu'un faible éclairement; mais elle ne recherche pas l'obscurité complète. Cette forme larvaire est très sensible aux changements du degré de salinité de l'eau de mer dans dans laquelle elle vit. Des températures de l'eau supérieures à 25° C. ou inférieures à 8° C. lui sont funestes; l'optimum de température est compris entre 15° et 17° C. Dès que les conditions biologiques deviennent défavorables, la larve présente des contractions dans la région moyenne du corps; ces déformations persistent après l'action des liquides fixateurs.

L'examen microscopique de coupes de larves montre que le corps est entièrement massif, limité sur tout son pourtour par un épithélium cylindrique à très petits éléments, de même structure sur toute la périphérie, mais portant, suivant les régions, soit des cils courts, soit des flagelles ou cils très longs. Les éléments épithéliaux renferment de nombreuses et très petites granulations pigmentaires brun jaunâtre. Dans l'anneau postérieur les granulations de pigment sont très denses et noirâtres; elles sont localisées vers la périphérie des cellules épithéliales et leur amas fait parfois saillie à l'extérieur. C'est à ce niveau que commencent les grandes flagelles qui couvrent non seulement la partie externe de l'anneau pigmenté, mais encore toute l'aire postérieure circonscrite par lui.

Sous l'épithélium cilié externe se trouve une zone renfermant plusieurs assises de noyaux très rapprochés les uns des autres. Tout le reste du corps de la larve est occupé par des cellules en général fusiformes, de plus grande taille que les autres éléments; elles sont très nombreuses et remplissent tout l'espace limité extérieurement par l'épithélium cilié doublé par la zone plurinucléaire. Quoique le pôle à grands flagelles soit fréquemment déprimé, et malgré les apparences de préparations *in toto*, il n'existe aucune cavité interne dans cette forme larvaire.

Dans la masse centrale du corps est tendu tout un lacis de fibrilles musculaires, et l'orcéine acidulée permet aussi d'y déceler d'assez nombreuses fibrilles élastiques. La disposition de ces diverses fibrilles musculaires et élastiques rend possible les contractions de la larve observées soit sur le vivant, soit sous l'action de réactifs fixateurs.

Dans certaines coupes de larves nous observons, en quelques points de la masse centrale, des condensations de cellules fusiformes.

L'organisation de la larve d'*Hippospongia equina* var. *elastica* est, par suite, assez complexe; mais elle rappelle dans ses grandes lignes celle déjà signalée chez d'autres larves d'Éponges non calcaires. Chez cette forme, l'épithélium cilié et la zone plurinucléaire se retrouvent sur tout le pourtour du corps.

BACTÉRIOLOGIE. — *De la recherche des bacilles d'Eberth et paratyphiques B dans les eaux.* Note de MM. **F. Diénert**, **A. Guillerd** et M^me^ **Antoine Leguen**, présentée par M. Roux.

Dans une précédente Note [1] l'un de nous a montré avec M. Mathieu qu'en employant le bouillon au vert malachite, on pouvait isoler les bacilles typhique et paratyphique B des eaux. Depuis cette époque, cette méthode étant entrée définitivement dans la pratique quotidienne de la surveillance des eaux de Paris, voici comment nous opérons :

On filtre plusieurs litres d'eau sur bougie collodionnée pour concentrer les germes. Avec $50^{cm^3}$ d'eau physiologique stérile on remet en suspension le dépôt retenu à la surface du filtre.

Cette eau de lavage est ensemencée dans $50^{cm^3}$ d'eau peptonée à 6 pour 100 additionnée de $3^{cm^3}$ de bile stérile et de $2^{cm^3},5$ d'une solution de vert malachite à $\frac{1}{200}$. Le tout est mis à l'étuve à 37°. Après 24 et 48 heures on isole les colonies cultivées sur ce milieu de la façon suivante :

---

(1) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 124.

On prend cinq tubes contenant 25$^{cm^3}$ de gélose fraîchement additionnée de plomb [1] qu'on fait fondre au bain-marie à 46°. On plonge alors un fil de platine dans le bouillon cultivé au vert malachite, et on le trempe successivement dans chacun des cinq tubes de gélose au plomb sans recharger le fil. On agite ces tubes pour répartir les microbes ensemencés dans la masse, puis on les coule sur plaques de Pétri. D'autre part, on a fait fondre à 46° cinq tubes de 40$^{cm^3}$ de gélose ordinaire. Quand la gélose au plomb s'est solidifiée dans les plaques de Pétri, on coule dessus la gélose ordinaire afin de permettre la culture des bacilles dans la gélose au plomb en milieu anaérobie. On place les plaques à la température de 37°, et l'on suit le développement des colonies.

Les bacilles d'Eberth et les paratyphiques B donnent des colonies brunes entourées d'une auréole plus pâle, tandis que le bacillus coli donne une colonie à peine brune et sans auréole. Il se développe également des bacilles pyocyaniques ayant à peu près la même apparence que le para B.

On isole les colonies brunes auréolées, et on les différencie en ensemençant sur bouillon peptoné pour la recherche de l'indol et l'agglutination;

Sur gélose inclinée pour faire la coloration de Gram;

Sur gélose glucose rouge neutre;

Sur gélose lactose tournesol;

Sur lait tournesolé.

La méthode, ainsi modifiée, permet de déceler le bacille typhique et paratyphique B, d'une façon à peu près certaine dans 50$^{cm^3}$ d'eau de Seine prise à Paris. Antérieurement nous ensemencions sur gélose lactose tournesol au lieu de gélose au plomb, et les résultats étaient moins bons.

Pour déceler 10 bacilles typhiques ou paratyphiques il avait fallu isoler 347 colonies sur gélose lactose tournesol, et seulement 64 colonies sur gélose au plomb d'après la méthode indiquée dans cette Note.

ANATOMIE PATHOLOGIQUE. — *Épidermisation anormale après balnéation aux hypochlorites*. Note de M. **Pierre Masson**, présentée par M. Roux.

Il est d'observation courante que l'épidermisation des plaies ne se poursuit pas toujours avec régularité. Les infections entravent le recou-

---

[1] On met 0$^{cm^3}$,5 de sous-acétate de plomb du codex au $\frac{1}{10}$ pour 10$^{cm^3}$ de gélose.

vrement épidermique ou même font régresser le liseré et l'on a pu dire à juste titre que la plupart des plaies atones sont des plaies infectées. Le bien-fondé de cette opinion est particulièrement frappant dans le cas des plaies fistuleuses.

D'autres faits cependant ne peuvent être interprétés de la même façon.

Après un traitement prolongé de certaines plaies par les hypochlorites de Na et de Mg, on observe des arrêts prolongés ou définitifs dans la progression du liseré, alors que l'examen bactériologique ne dénote aucune pullulation de germes. Si l'on continue le traitement, on voit parfois les bords du diaphragme épithélial se soulever en un petit bourrelet. Dès lors, il faudra un temps très long pour que la cicatrisation reprenne son cours et le plus souvent, après quelques semaines d'attente, le chirurgien lassé pratique l'excision de la plaie que suit habituellement une guérison rapide.

Ayant eu l'occasion d'examiner histologiquement un certain nombre de ces plaies à cicatrisation bloquée au cours d'un traitement par les hypochlorites, j'ai pu faire un certain nombre de constatations qui me paraissent conduire à des indications pratiques.

*Les lésions du blocage.* — On observe un *vieillissement* de toute la bordure épidermique, vieillissement d'autant plus avancé qu'on se rapproche du centre de la plaie. En cette région, l'épiderme se kératinise dans toute son épaisseur, reste longtemps en place, puis s'exfolie et laisse à nu le derme néoformé. Il y a donc arrêt puis régression du liseré, le tout commandé par une perte locale de l'aptitude multiplicatrice des éléments de la couche basale.

L'épiderme voisin présente un état verruqueux. Il est anormalement épais, ses papilles sont anormalement larges et longues. Ces lésions expliquent le bourrelet.

Un examen plus approfondi montre des altérations cytologiques très marquées et constantes : cellules malpighiennes très volumineuses, hypertrophiées et dont les dimensions sont encore accrues dans certains cas par un gonflement œdémateux; développement excessif des filaments unitifs; hypertrophie et hyperchromasie des noyaux, souvent doubles.

Certains bourrelets montrent une atteinte encore plus profonde. Leurs cellules présentent des phénomènes de parakératose à localisation variable. Tantôt la parakératose est monocellulaire et disséminée dans toute l'épaisseur du massif malpighien de la surface et des papilles. L'épiderme prend alors l'aspect classique de la psorospermose.

Tantôt la transformation cornée se fait autour d'un point axial et dessine un globe épidermique.

Dans un cas, le bourrelet était formé par un amas de travées anastomosés et l'axe de certaines était occupé par de véritables globes cornés. Cet aspect s'étendait à tout le pourtour du rebord épidermique de la plaie qui mesurait $10^{cm}$ de long sur $2^{cm}$ de large, et donnait à toute cette région les caractères d'un cancroïde au début.

Dans deux observations la marche du liseré épidermique avait repris, laissant derrière elle, profondément enfoncées, des papilles profondes, irrégulières, d'aspect bourgeonnant et bourrées de globes épidermiques.

Ces lésions diverses expliquent assez bien l'arrêt du recouvrement épidermique. La première en date est l'arrêt dans la multiplication cellulaire de la couche génératrice dans les portions les plus internes du liseré. Il en résulte un vieillissement et la transformation cornée de toute la portion extrême de l'épithélium. C'est justement celle-ci qui est le plus exposée par sa jeunesse, par sa fragilité et aussi parce qu'elle est en contact avec l'hypochlorite non seulement par sa face supérieure, mais par son bord et même par sa face profonde facilement décollable.

Ce rebord vieilli restant en place, le glissement des portions voisines restées vivaces ne peut plus se faire. Leur immobilité est d'ailleurs favorisée par le développement anormal de leurs filaments d'union. Les cellules néoformées en cette région de régénération, ne pouvant s'étaler en surface, s'entassent. D'où formation d'un relief superficiel et de papilles plus ou moins profondément enfoncées.

Si le processus irritatif est plus marqué, les anomalies cellulaires sont plus prononcées et aboutissent à des formes épithéliales telles qu'on les rencontre dans les lésions précancéreuses et les cancers.

Or ces lésions, ébauchées déjà dans les plaies fistuleuses, semblent être à leur maximum dans certaines plaies traitées par les hypochlorites (trois à six semaines); *je les ai observées dans sept bourrelets sur sept*. Elles sont en tout comparables à celles que présentent certaines radiodermites ulcérées anciennes.

*Conclusions.* — Les irritations déterminées par l'emploi prolongé des hypochlorites provoquent parfois un arrêt de l'épidermisation et des lésions épidermiques caractéristiques des états précancéreux.

Ces faits constatés, les indications thérapeutiques en découlent d'elles-mêmes.

Lorsque la suture primitive sera impossible et que la désinfection par les hypochlorites sera jugée nécessaire, il sera prudent de réduire le plus possible la durée de leur emploi et de laisser au besoin aux défenses naturelles le soin d'achever la besogne commencée par eux.

Dès que l'état bactériologique l'indiquera, il sera bon de pratiquer la suture après excision aussi large que possible du liseré et, lorsque les circonstances le permettront, de toute la peau régénérée.

Je conseillerais même la résection de toute cicatrice spontanément épidermisée après traitement par les hypochlorites, pour peu que son recouvrement ait subi des à-coups.

Les lésions telles que celles que je viens de décrire sont suspectes. Je ne connais pas leur sort ultérieur, mais il vaut mieux ne pas les laisser évoluer. Par les formations analogues que présentent les vieux ulcères, les brûlures et les radiodermites, nous savons trop leur danger.

A 16 heures et quart l'Académie se forme en comité secret.

La séance est levée à 17 heures et quart.

A. Lx.

---

## *ERRATA.*

(Séance du 7 janvier 1918.)

Note de M. *S. Lattès*, Sur l'itération des substitutions rationnelles et les fonctions de Poincaré :

Page 28, ligne 6 : dans la formule (2) au numérateur, *au lieu de* $(z^2-1)^2$, *lire* $(z^2+1)^2$.